MAT0311 – CÁLCULO V
MAP0217 – CÁLCULO V

Segunda Prova

Dia: 30 de outubro de 2017

Questão 1, 3 pontos

Sejam V, W espaços normados. Demonstra que uma bijeção linear

$$T : V \to W$$

é um homeomorfismo se e so se existem a, $b \in \mathbb{R}$ tal que, para todo $v \in V$ temos

$$a\|v\| \leq \|T(v)\| \leq b\|v\|.$$

Questão 2, 3 pontos

Seja $K \subset \mathbb{R}^p$ compacto, e seja

$$f : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^q$$

uma função contínua injetiva. Demonstra que

$$f_{|K} : K \to f(K)$$

é um homeomorfismo

Questão 3, 4 pontos Justifica ou dá controexemplos.

- Se a resposta é correta e justificada, $+1$.
- Se a resposta é correta sem justificação, ou com justificação errada $+0.25$.
- Se a resposta é errada, -0.25.

1. $\mathbb{R}$ é homeomorfo a $\mathbb{R}^2$.
2. O intervalo $]0, 1[$ com a métrica usual não é completo, mas é homeomorfo a um espaço métrico completo
3. Toda função uniformemente continua é de Lipschitz.
4. Se (M, d) e (N, d') são espaços métricos discretos, toda função $f : M \to N$ é um homeomorfismo.