

## Terceira

**Dia:** 11 de Dezembro de 2017

A prova é sobre 8 pontos (logo a nota será multiplicada por 1.25).

### Questão 2, 2.5 pontos

O Teorema da função implícita.

### Questão 2, 2.5 pontos

Seja

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ x, y \rightarrow \sin(x + y) + x^3 + y^3, \exp^x y.$$

- Determina a matriz que representa

$$df(0, 0) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2.$$

- Monstre que existem abertos  $U$  e  $V$  da origem em  $\mathbb{R}^2$  tal que  $f(U) = V$ ,  $f|_U$  é injetora e  $g = f^{-1} : V \rightarrow U$  é em  $C^1(V)$ .

### Questão 3, 3 pontos

 Justifica ou dá controexemplos.

- Se a resposta é correta e justificada, +1.
- Se a resposta é correta sem justificação, ou com justificação errada +0.25.
- Se a resposta é errada, -0.25.

1. Toda bijeção  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  em  $C^1(\mathbb{R}^n)$  tem inversa diferenciável.
2. A função  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definida por  $f(x, y) = (x^2 + 2xy + y^2, x + y)$  é um difeomorfismo local numa vizinhança de  $(0, 0) \in \mathbb{R}^2$ .
3. A função coordenadas polares

$$P : (0, \infty) \times (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ (r, \theta) \rightarrow r \cos(\theta), r \sin(\theta)$$

é um difeomorfismo local ao redor de todo ponto do domínio.