Busca em profundidade em grafos

Busca em profundidade em grafos

Busca em profundidade: várias informações estruturais sobre o grafo são obtidas.

Busca em profundidade em grafos

Busca em profundidade: várias informações estruturais sobre o grafo são obtidas.

- Óbvio:

Busca em profundidade em grafos

Busca em profundidade: várias informações estruturais sobre o grafo são obtidas.

- Óbvio: número de componentes (conexos)

Busca em profundidade em grafos

Busca em profundidade: várias informações estruturais sobre o grafo são obtidas.

- Óbvio: número de componentes (conexos)

  1. Existência de um caminho de v a w

Busca em profundidade em grafos

Busca em profundidade: várias informações estruturais sobre o grafo são obtidas.

- Óbvio: número de componentes (conexos)

  1. Existência de um caminho de v a w

  2. Número de vértices no componente de um dado vértice

Busca em profundidade em grafos (cont.)

Busca em profundidade em grafos (cont.)

1. Árvore geradora:

Busca em profundidade em grafos (cont.)

1. Árvore geradora: subárvore de G, com todos os vértices de G (G conexo)

Busca em profundidade em grafos (cont.)

1. Árvore geradora: subárvore de G, com todos os vértices de G (G conexo)

2. Detecção de circuitos

Busca em profundidade em grafos (cont.)

1. Árvore geradora: subárvore de G, com todos os vértices de G (G conexo)

2. Detecção de circuitos [existência:

Busca em profundidade em grafos (cont.)

1. Árvore geradora: subárvore de G, com todos os vértices de G (G conexo)

2. Detecção de circuitos [existência: trivial! (se sabemos o número de componentes e número de vértices e arestas)]

3. 2-colorabilidade/existência de circuitos ímpares

Busca em profundidade em grafos (cont.)

1. Árvore geradora: subárvore de G, com todos os vértices de G (G conexo)

2. Detecção de circuitos [existência: trivial! (se sabemos o número de componentes e número de vértices e arestas)]

3. 2-colorabilidade/existência de circuitos ímpares

Tudo isso em tempo linear $O(|V(G)| + |E(G)|)$!

Busca em profundidade em grafos (cont.)

1. Árvore geradora: subárvore de G, com todos os vértices de G (G conexo)

2. Detecção de circuitos [existência: trivial! (se sabemos o número de componentes e número de vértices e arestas)]

3. 2-colorabilidade/existência de circuitos ímpares

Tudo isso em tempo linear $O(|V(G)| + |E(G)|)$! (Ou menos, para alguns problemas)

A árvore da busca em profundidade

A árvore da busca em profundidade

1. Árvore geradora

A árvore da busca em profundidade

1. Árvore geradora

2. Conjunto de arestas:

A árvore da busca em profundidade

1. Árvore geradora

2. Conjunto de arestas: todas as arestas `{w,t->v}` para as quais executamos `dfsR(G, EDGE(w, t->v))` em `dfsR()`

Programa 18.2

```
void dfsR(Graph G, Edge e)
  { link t; int w = e.w;
    pre[w] = cnt++;
    for (t = G->adj[w]; t != NULL; t = t->next)
      if (pre[t->v] == -1)
        dfsR(G, EDGE(w, t->v));
  }
```

Um grafo geométrico (“near neighbour graph”)

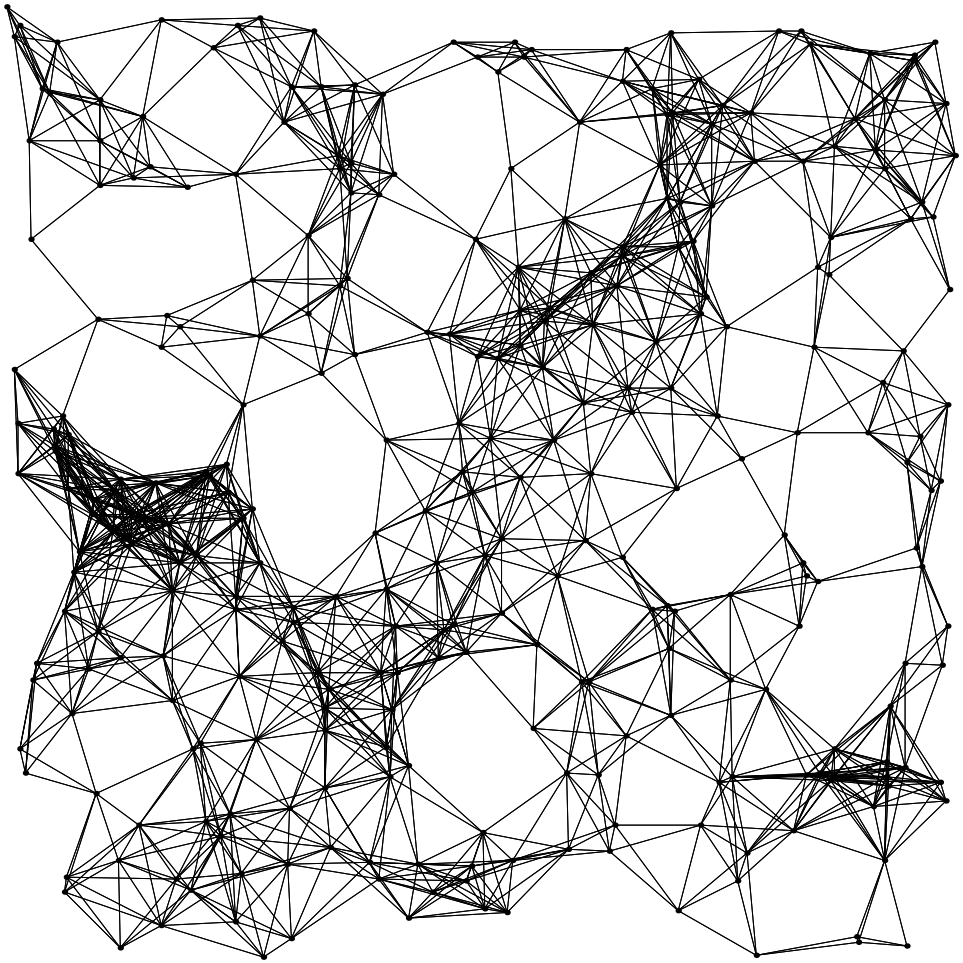
Um grafo geométrico (“near neighbour graph”)

- n vértices uniformemente sorteados em um quadrado

Um grafo geométrico (“near neighbour graph”)

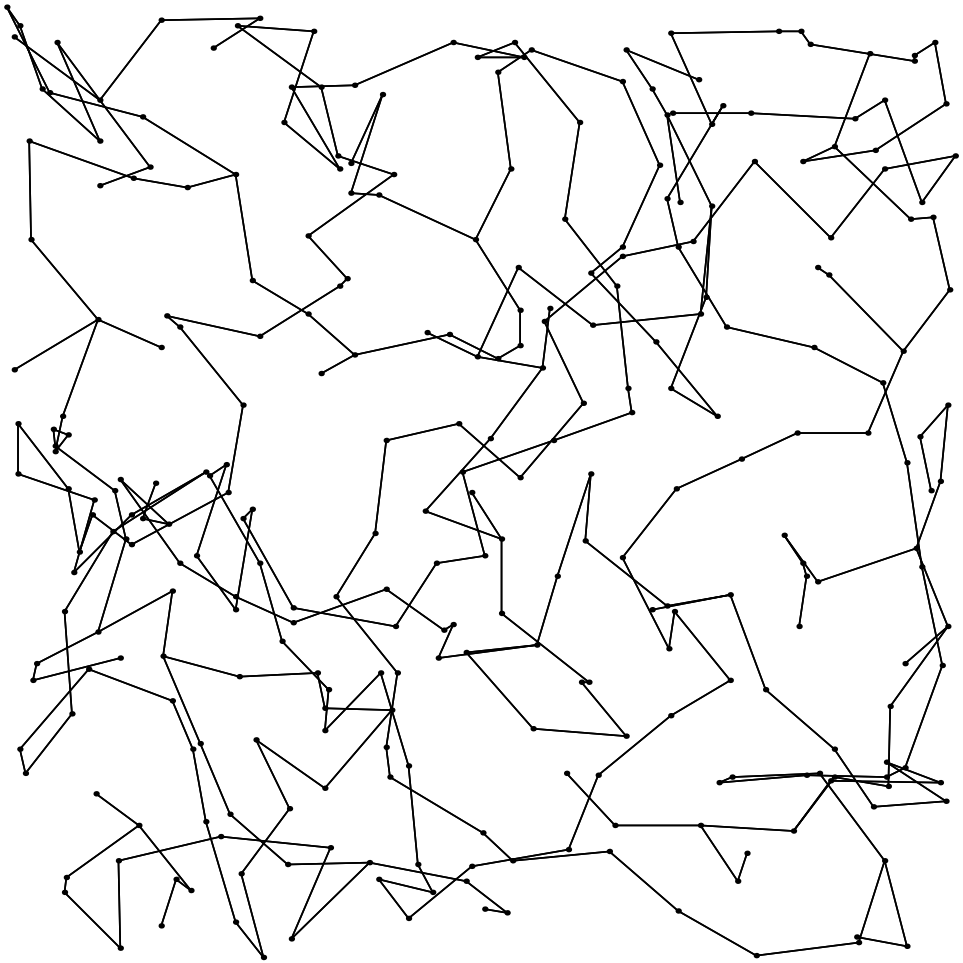
- n vértices uniformemente sorteados em um quadrado
- arestas ligam pares de vértices à distância $< d$

300 vértices, $d = 60$ (quadrado: 512×512)



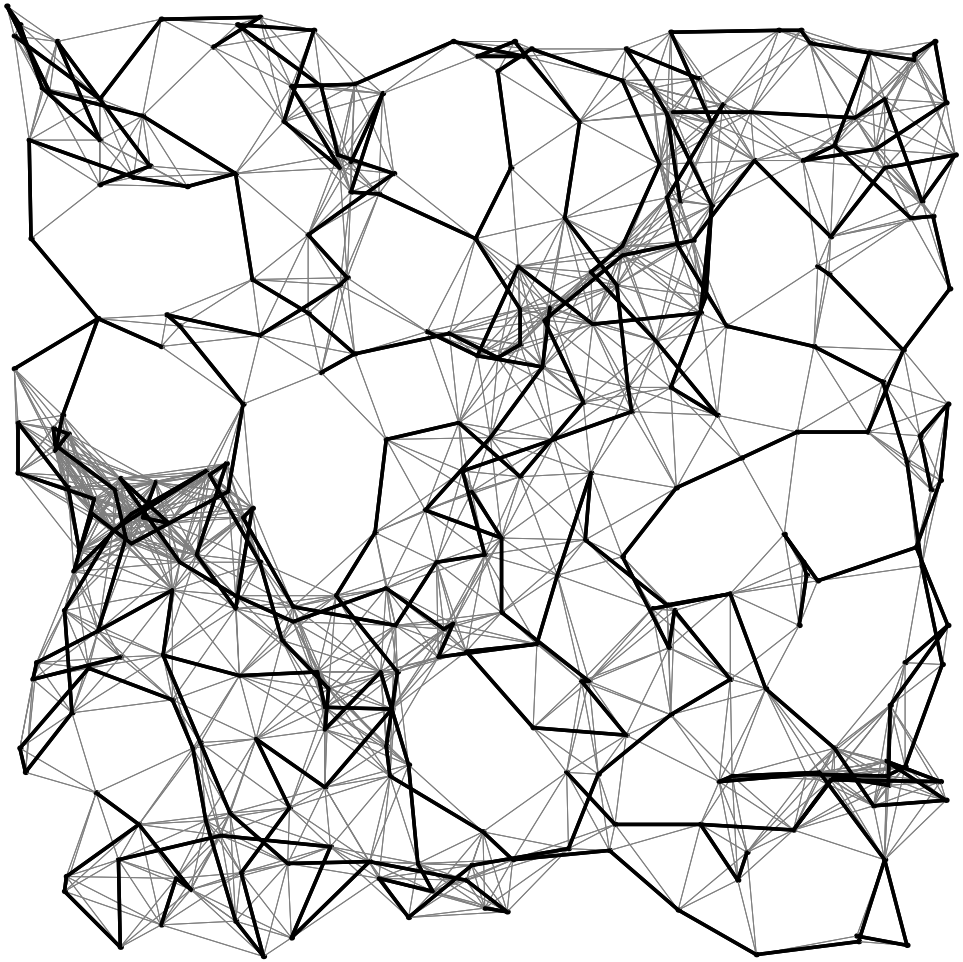
Uma ABP (DFS tree)

Uma ABP (DFS tree)

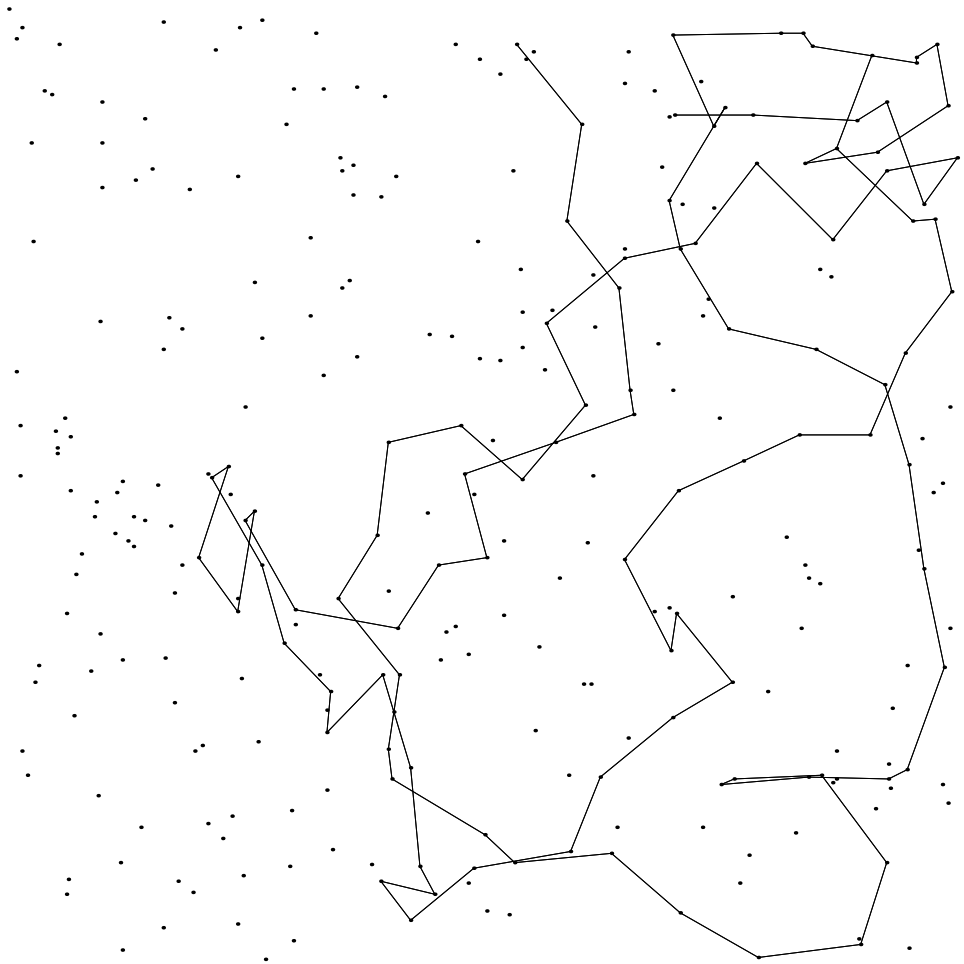


O grafo e a ABP (DFS tree)

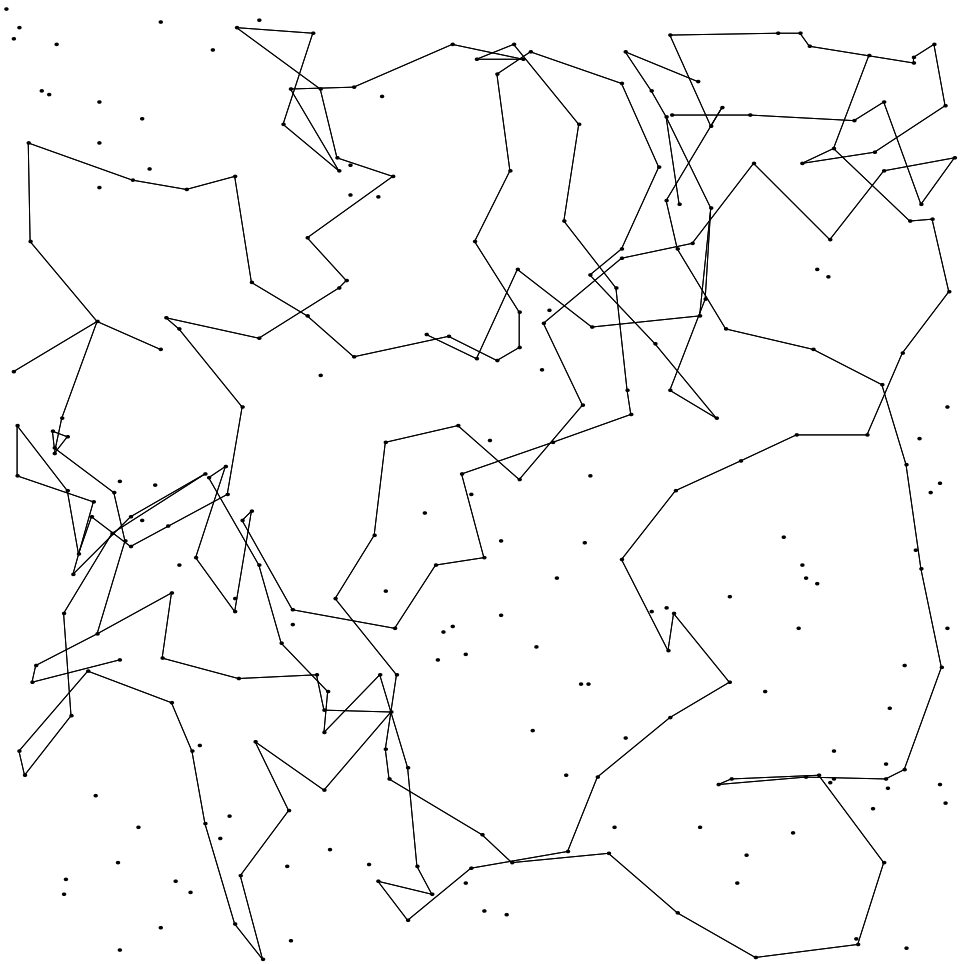
O grafo e a ABP (DFS tree)



Evolução da ABP (1/3)

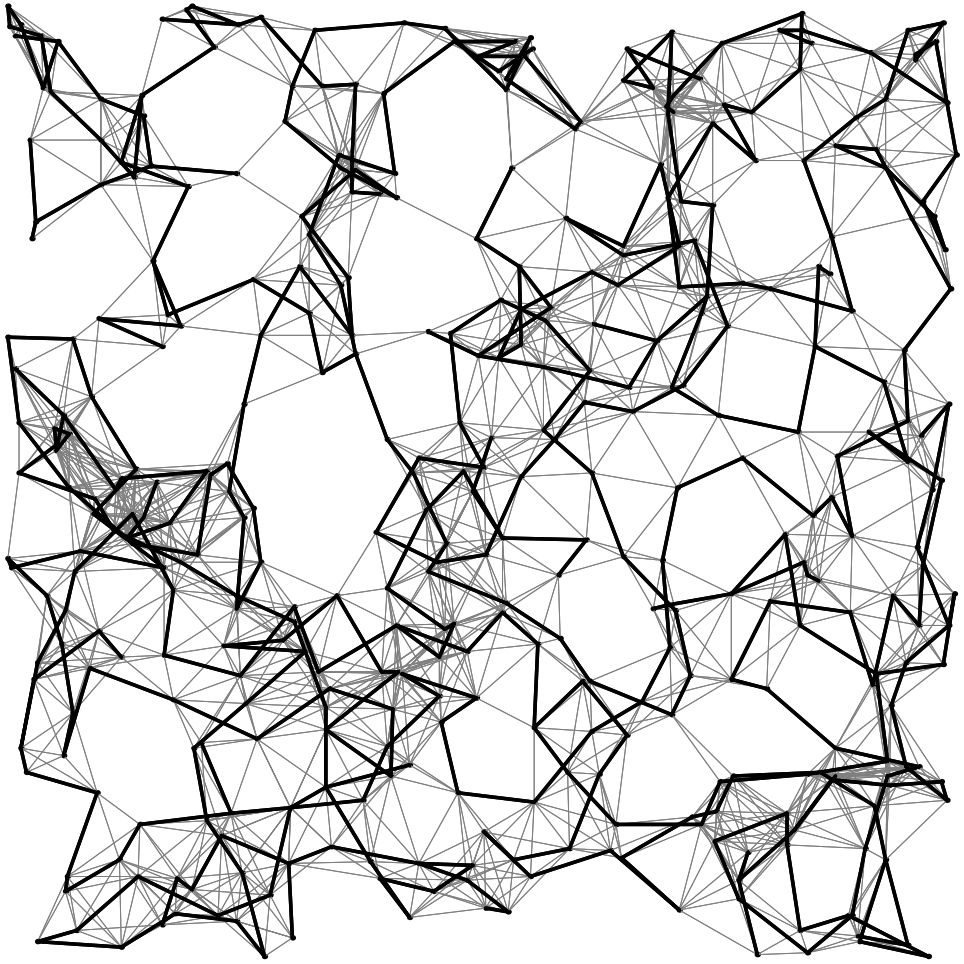


Evolução da ABP (2/3)



Outro grafo e uma ABP (DFS tree)

Outro grafo e uma ABP (DFS tree)



Classificação das arestas de G em relação à ABP T

Classificação das arestas de G em relação à ABP T

- Arestas presentes em T

Classificação das arestas de G em relação à ABP T

- Arestas presentes em T
- Arestas fora de T:

Classificação das arestas de G em relação à ABP T

- Arestas presentes em T
- Arestas fora de T: ligam vértices a ancestrais diferentes do “pai”

Classificação das arestas de G em relação à ABP T

- Arestas presentes em T
- Arestas fora de T: ligam vértices a ancestrais diferentes do "pai" (Exercício!)

Classificação das arestas de G em relação à ABP T

- Arestas presentes em T
- Arestas fora de T: ligam vértices a ancestrais diferentes do "pai" (Exercício!)
- Vetor `st[]`: indica os "pais"

Classificação mais fina

Classificação mais fina

4 tipos para cada par ordernado (v, w) (*ponteiro*/*link*):

Classificação mais fina

4 tipos para cada par ordernado (v, w) (*ponteiro*/*link*):

1. tipo *árvore* se w tinha `pre[w]=-1` ($\{v, w\}$ em T)

Classificação mais fina

4 tipos para cada par ordernado (v, w) (*ponteiro*/*link*):

1. tipo *árvore* se w tinha `pre[w]=-1` ($\{v, w\}$ em T)

2. tipo *pai* se `st[w]=v` ($\{v, w\}$ em T)

Classificação mais fina

4 tipos para cada par ordernado (v, w) (*ponteiro*/*link*):

1. tipo *árvore* se w tinha `pre[w]=-1` ($\{v, w\}$ em T)

2. tipo *pai* se `st[w]=v` ($\{v, w\}$ em T)

3. tipo *ascendente* (*back*) se `pre[w]<pre[v]` ($\{v, w\}$ fora de T)

Classificação mais fina

4 tipos para cada par ordernado (v, w) (*ponteiro*/*link*):

1. tipo *árvore* se w tinha `pre[w]=-1` ($\{v, w\}$ em T)
2. tipo *pai* se `st[w]=v` ($\{v, w\}$ em T)
3. tipo *ascendente* (*back*) se `pre[w]<pre[v]` ($\{v, w\}$ fora de T)
4. tipo *descendente* (*down*) se `pre[w]>pre[v]` ($\{v, w\}$ fora de T)

Um exemplo

Um exemplo

```
yoshi@erdos:~/Main/www/2004i/mac328/exx/sec18.4$ a.out 8 10 < fig18.9
8 vertices, 10 edges
 0:  7  5  2
 1:  7
 2:  6  0
 3:  5  4
 4:  5  7  3  6
 5:  0  4  3
 6:  4  2
 7:  0  1  4
pre[]: 0 2 7 5 3 4 6 1
 st[]: 0 7 6 5 7 4 4 0
```

A ABP e a classificação

A ABP e a classificação

```
0-0 tree
  0-7 tree
    7-0 parent
    7-1 tree
      1-7 parent
    7-4 tree
      4-5 tree
        5-0 back
        5-4 parent
        5-3 tree
          3-5 parent
          3-4 back
```

A ABP e a classificação (cont.)

A ABP e a classificação (cont.)

```
      5-3 tree
        3-5 parent
        3-4 back
    4-7 parent
    4-3 down
    4-6 tree
      6-4 parent
      6-2 tree
        2-6 parent
        2-0 back
0-5 down
0-2 down
```

Algoritmos baseados em BP

Algoritmos baseados em BP

- Detecção de circuitos

Algoritmos baseados em BP

- Detecção de circuitos [existência:

Algoritmos baseados em BP

- Detecção de circuitos [existência: trivial! (se sabemos o número de componentes e número de vértices e arestas)]

Algoritmos baseados em BP

- Detecção de circuitos [existência: trivial! (se sabemos o número de componentes e número de vértices e arestas)]
  - Tempo: $O(|V(G)|)$

Algoritmos baseados em BP (cont.)

Algoritmos baseados em BP (cont.)

- 2-colorabilidade/não existência de circuitos ímpares

Algoritmos baseados em BP (cont.)

- 2-colorabilidade/não existência de circuitos ímpares
  - Equivalentes!

Algoritmos baseados em BP (cont.)

- 2-colorabilidade/não existência de circuitos ímpares
  - Equivalentes! Uma direção é óbvia; a outra exige prova

Algoritmos baseados em BP (cont.)

- 2-colorabilidade/não existência de circuitos ímpares
  - Equivalentes! Uma direção é óbvia; a outra exige prova
  - “Grafos bipartidos/biparticionáveis”

2-colorabilidade $\times$ circuitos ímpares

2-colorabilidade $\times$ circuitos ímpares

- Uma prova:

2-colorabilidade $\times$ circuitos ímpares

- Uma prova: seja G um grafo minimal não 2-colorível

2-colorabilidade $\times$ circuitos ímpares

- Uma prova: seja G um grafo minimal não 2-colorível (G é conexo; seja x um vértice tal que $G - x$ é conexo; considere 2-coloração de $G - x$; etc.)

2-colorabilidade $\times$ circuitos ímpares

- Uma prova: seja G um grafo minimal não 2-colorível (G é conexo; seja x um vértice tal que $G - x$ é conexo; considere 2-coloração de $G - x$; etc.)

- Outra prova, baseada na BP:

Programa 18.6

Programa 18.6

```
int dfsRcolor(Graph G, int v, int c)
  { link t;
    G->color[v] = 1-c;
    for (t = G->adj[v]; t != NULL; t = t->next)
      if (G->color[t->v] == -1)
        { if (!dfsRcolor(G, t->v, 1-c)) return 0; }
      else if (G->color[t->v] != c) return 0;
    return 1;
  }
```

Programa 18.6 (cont.)

Programa 18.6 (cont.)

```
int GRAPHtwocolor(Graph G)
  { int v, id = 0;
    G->color = malloc(G->V * sizeof(int));
    for (v = 0; v < G->V; v++)
      G->color[v] = -1;
    for (v = 0; v < G->V; v++)
      if (G->color[v] == -1)
        if (!dfsRcolor(G, v, 0)) return 0;
    return 1;
  }
```

2-colorabilidade $\times$ circuitos ímpares

- Uma prova: seja G um grafo minimal não 2-colorível (G é conexo; seja x um vértice tal que $G - x$ é conexo; considere 2-coloração de $G - x$; etc.)

- Outra prova, baseada na BP:

2-colorabilidade $\times$ circuitos ímpares

- Uma prova: seja G um grafo minimal não 2-colorível (G é conexo; seja x um vértice tal que $G - x$ é conexo; considere 2-coloração de $G - x$; etc.)

- Outra prova, baseada na BP: prove a correção do programa 18.6 por indução

2-colorabilidade $\times$ circuitos ímpares

- Uma prova: seja G um grafo minimal não 2-colorível (G é conexo; seja x um vértice tal que $G - x$ é conexo; considere 2-coloração de $G - x$; etc.)

- Outra prova, baseada na BP: prove a correção do programa 18.6 por indução (Exercício!)