

**PRIMEIRA PROVA DE ALGORITMOS EM GRAFOS**  
**BCC, 1o. SEMESTRE DE 2007**

**Instruções:**

1. Não destaque as folhas do caderno de soluções.
  2. A prova pode ser feita a lápis. Cuidado com a legibilidade.
  3. Não é permitido o uso de folhas avulsas para rascunho.
  4. Não é necessário apagar rascunhos no caderno de soluções.
  5. Aserções imprecisas valem pouco. Justifique suas asserções (dentro do razoável!).
1. [3 pontos] Um  $(n, m)$ -digrafo é um grafo dirigido com  $n$  vértices e  $m$  arcos. Desenhe, a menos de isomorfismo, *todos* os  $(2, 2)$ -digrafos (**são quatro**) e *todos* os  $(3, 3)$ -digrafos. (Dê seus diagramas de forma organizada.)
  2. [4 pontos] Considere a função recursiva

```
void dfsR(Graph G, Edge e)
{ link t; int w = e.w;
  pre[w] = cnt++; st[e.w] = e.v;
  for (t = G->adj[w]; t != NULL; t = t->next)
    if (pre[t->v] == -1)
      dfsR(G, EDGE(w, t->v));
}
```

Seja  $G$  o grafo de 10 vértices e 13 arestas dado por

0: 3		5: 4 3 1
1: 6 2 3 5		6: 2 1 7
2: 3 6 1		7: 6
3: 2 0 5 1		8: 9 4
4: 9 5 8		9: 4 8

- (i) Desenhe  $G$ . (ii) Simule a execução de  $\text{dfsR}(G, \{0, 0\})$  (busca em profundidade (BeP) a partir do vértice 0). (iii) Desenhe a árvore de BeP obtida. (iv) Caracterize as arestas de corte de  $G$  em termos de sua árvore de BeP; esta caracterização deve ser aquela em que se baseia o algoritmo de tempo linear que vimos nas aulas para a identificação de tais arestas (fale, **necessariamente**, do vetor `low[]` etc).
3. [3 pontos] Suponha que executamos uma busca em profundidade (BeP) em um grafo conexo  $G$  a partir de um vértice  $r$ . Suponha que orientamos todas as arestas da árvore de BeP ‘para baixo’ (desenhando a árvore ‘com a raiz  $r$  para cima’) e orientamos todas as arestas fora da árvore de BeP ‘para cima’. Obtemos assim um grafo dirigido  $\vec{G}$ . (i) Mostre que todo vértice de  $G$  é acessível a partir de  $r$  por um caminho dirigido. (ii) Suponha agora que  $G$  não tem arestas de corte. Mostre que  $r$  é acessível a partir de todo vértice de  $G$  por um caminho dirigido. **Argumente cuidadosamente**; em particular, diga exatamente onde em seu argumento você usa o fato de  $G$  não ter arestas de corte. O resultado valeria sem essa hipótese? Justifique.