

## Grafos 2-aresta-conexos e 2-conexos

### 1. 2-aresta-conexidade; arestas de corte

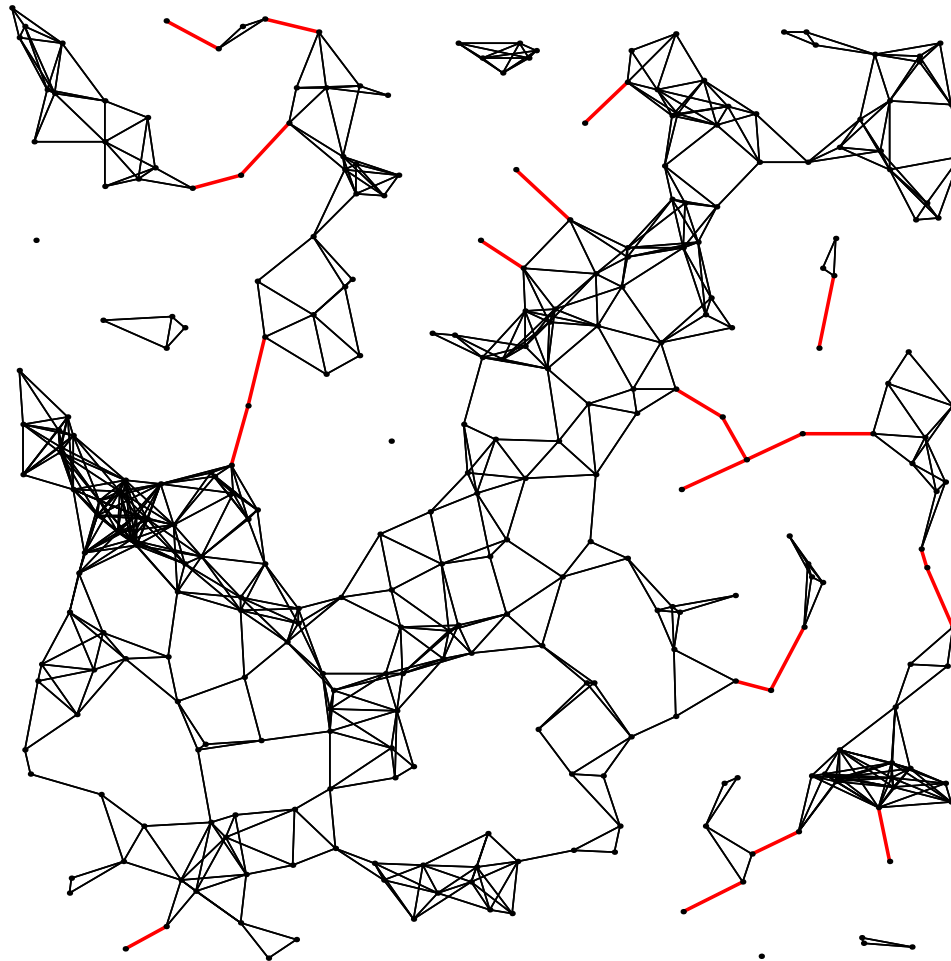
- *Aresta de corte* ou *ponte*: remoção aumenta o número de componentes do grafo

### 2. 2-conexidade; vértices de corte

- *Vértice de corte* ou *ponto de articulação*: remoção aumenta o número de componentes do grafo

Em geral:  $2 \mapsto k$  ( $k \geq 2$ )

## Aresta-conexidade; pontes



## Aresta-conexidade; pontes (cont.)

$G$  é *2-aresta conexo* se  $G$  é conexo e não tem pontes. (Outro termo: *aresta-conexo*)

Como determinar a existência/encontrar pontes?

## Um exemplo (Fig. 18.16)

```
yoshi@erdos:~/Main/www/2004i/mac328/exx/sink/ykDRAWs$ a.out 13 100 < fig18.6.gr
13 vertices, 16 edges
0: 6 5 1
1: 2 0
2: 6 1
3: 5 4
4: 11 9 5 3
5: 4 3 0
6: 7 2 0
7: 10 8 6
8: 10 7
9: 11 4
10: 8 7
11: 12 9 4
12: 11
```

```

    v : 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12
  st[]: 0  2  6  4  5  0  0  6 10 11  7  4 11
pre[]: 0  6  5 12  8  7  1  2  4 11  3  9 10
low[]: 0  0  0  7  7  7  0  2  2  8  2  8 10

```

0-0 tree

0-6 tree

6-7 tree

7-10 tree

10-8 tree

8-10 parent

8-7 back

10-7 parent

7-8 down

7-6 parent

6-2 tree		11-4 parent
2-6 parent		4-9 down
2-1 tree		4-5 parent
1-2 parent		4-3 tree
1-0 back		3-5 back
6-0 parent		3-4 parent
0-5 tree		5-3 down
5-4 tree		5-0 parent
4-11 tree		0-1 down
11-12 tree		
12-11 parent		
11-9 tree		
9-11 parent		
9-4 back		

## Propriedade que caracteriza pontes

(Propriedade 18.5) Em qualquer ABP, um arco tipo árvore  $(v, w)$  é uma ponte se e só se não existe um arco ascendente conectando um descendente de  $w$  a um ancestral de  $w$ .

- *Prova:* Se existe tal arco ascendente, claramente  $\{v, w\}$  não é uma ponte. Reciprocamente, se  $\{v, w\}$  não é aresta de corte, então em  $G - \{v, w\}$  os vértices  $v$  e  $w$  estão no mesmo componente. Isto é, existe um caminho de  $w$  a  $v$  em  $G - \{v, w\}$ . Qualquer tal caminho precisa conter um arco ascendente da subárvore enraizada em  $w$  com a outra ponta fora desta subárvore.

## Algoritmo para identificação de pontes?

Para cada  $w$  computamos  $low[w]$ , o menor valor de  $pre[u]$  com  $u$  acessível a partir de  $w$  por um caminho contido na subárvore enraizada em  $w$ , seguida de um *arco* ascendente.



## Programa 18.7

```
void bridgeR(Graph G, Edge e)
{ link t; int v, w = e.w;
  pre[w] = cnt++; low[w] = pre[w];
  for (t = G->adj[w]; t != NULL; t = t->next)
    if (pre[v = t->v] == -1)
      {
        bridgeR(G, EDGE(w, v));
        if (low[w] > low[v]) low[w] = low[v];
        if (low[v] == pre[v])
          { bcnt++; printf("%d-%d\n", w, v); }
      }
    else if (v != e.v)
      if (low[w] > pre[v]) low[w] = pre[v];
}
```