

MAC5711 ANÁLISE DE ALGORITMOS

LISTA 5

Instruções:

1. *Estas listas de exercícios são individuais.* Se assim preferirem, discutam suas soluções com colegas e o monitor, mas a redação de suas soluções deve ser feita de forma estritamente individual.
2. Cuidado com a legibilidade. Faça uma questão por folha.
3. Nas questões que envolvem elaboração de algoritmos, coloque comentários objetivos e relevantes. Nunca escreva um algoritmo mais elaborado sem explicações relevantes ‘em linguagem humana’.
4. Aserções imprecisas valem pouco. Justifique suas asserções, dentro do razoável.
5. A menos de menção explícita em contrário, os exercícios e problemas abaixo são do CLRS (Cormen, Leiserson, Rivest, e Stein; 2a. edição).
6. *Data de entrega:* 15/9/2011 (antes da aula)

Exercícios e Problemas:

1. Suponha que $S(n) = 3$ se $n = 1$ e

$$S(n) = S(\lfloor n/2 \rfloor) + S(\lceil n/2 \rceil) + 10n$$

se $n > 1$.

- (i) Monte uma tabela com os valores de $S(n)$ para valores pequenos de n .
- (ii) Prove que, se n é uma potência de 2, então

$$S(n) = 10n \log_2 n + 3n.$$

- (iii) Prove que, para todo $n \geq 1$, temos

$$S(n) = 10n \lfloor \log_2 n \rfloor + 23n - 20 \times 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor}.$$

[*Sugestão.* Use a árvore de recorrência de $S(n)$.]

2. (i) Seja T um heap com n elementos; consideremos T como uma árvore, com nós $i = 1, 2, \dots, n$. Como de usual, o nó 1 é a raiz de T , com filho esquerdo 2 e filho direito 3, etc. Prove que a altura $\text{alt}(i)$ do nó i é dado por $\lfloor \log_2(n/i) \rfloor$ (lembre que $\text{alt}(i)$ é a distância de i a um descendente de i mais distante).
- (ii) Prove que, para todo $n \geq 1$, temos

$$\sum_{1 \leq i \leq n} \lfloor \log_2(n/i) \rfloor = n - u(n),$$

onde $u(n)$ é o número de 1s na representação binária de n .