

MAC 115 – Introdução à Computação – IF Noturno

(Versão quase final)

UM MINOTAURO PERDIDO & PERCOLAÇÃO

Exercício-Programa 4 (EP4) Data de entrega: 1/12/2014 (23:55)

1 O labirinto e o minotauro perdido

Considere um labirinto como na Figura 1.

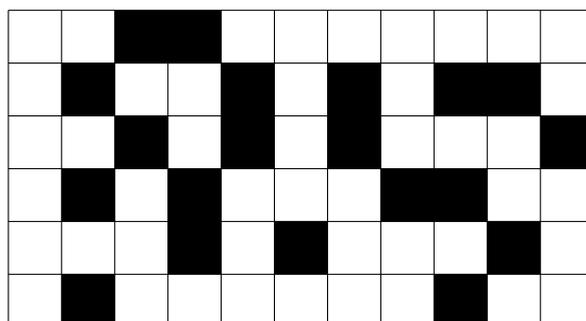


Figura 1: Um labirinto

Um labirinto desses pode ser representado por uma matriz retangular L , cujo elemento L_{ij} vale 0 ou -1 conforme a casa correspondente do labirinto seja uma passagem livre ou uma parede, respectivamente.

Suponha agora que em alguma posição desse labirinto haja um *minotauro perdido*, e também uma porta (de entrada/saída). Queremos ajudar o minotauro a encontrar a porta.

Um método geral para resolver esse problema consiste em marcar com o número k ($k = 1, 2, \dots$) as casas livres que estejam a exatamente $k - 1$ passos de distância da porta, pelo caminho mais curto possível. Suponha que, a cada passo, o minotauro possa se deslocar de apenas uma casa na vertical ou na horizontal. Então, rotula-se inicialmente a posição da porta com 1 e para cada $k \geq 2$ examinam-se certas casas livres do labirinto, marcando-se com k aquelas ainda não marcadas e que sejam vizinhas a alguma casa marcada com $k - 1$.

A marcação continua até ser atingido um valor de k (28 no exemplo abaixo) tal que nenhuma casa esteja em condições de ser marcada. Supondo que a $L = [1..6, 1..11]$,¹ e que a porta esteja na posição $[6, 11]$, ao final da marcação teremos a matriz na Figura 2.

¹Esta notação deve ser intuitiva o suficiente.

26	27	-1	-1	12	11	10	9	10	11	12
25	-1	0	0	-1	12	-1	8	-1	-1	13
24	25	-1	0	-1	13	-1	7	6	5	-1
23	-1	21	-1	15	14	15	-1	-1	4	3
22	21	20	-1	16	-1	16	17	18	-1	2
23	-1	19	18	17	18	17	18	-1	2	1

Figura 2: A matriz rotulada

Tendo feito esta marcação, um caminho mais curto do minotauro até a porta (se existir) pode ser determinado partindo-se da posição do minotauro e passando a cada etapa para uma casa vizinha cuja numeração seja menor do que a atual.

Por exemplo, se o minotauro estiver na posição $[3, 2]$, ele precisará percorrer pelo menos 25 casas para chegar à porta:

$$[3, 2] \ [3, 1] \ [4, 1] \ [5, 1] \ [5, 2] \ [5, 3] \ \dots \ [4, 10] \ [4, 11] \ [5, 11] \ [6, 11] \quad (1)$$

2 Seu programa

Faça um programa em C para resolver o problema descrito a seguir.

São dados dois inteiros positivos m e n , uma matriz $L = [1..m, 1..n]$, representando um labirinto como descrito na Seção 1, a posição $[m1, m2]$ de um minotauro e a posição $[p1, p2]$ da porta desse labirinto. Queremos

- (i) determinar se existe ou não um caminho para o minotauro chegar à porta do labirinto e
- (ii) se houver caminhos como em (i), determinar um tal caminho mais curto.

2.1 Funções auxiliares

Seu programa deve implementar as funções descritas abaixo (pelo menos).

- Uma função com o protótipo

```
void marque(int L[][MAXCOL], int m, int n, int p1, int p2);
```

que tem como parâmetros um labirinto, isto é, uma matriz de inteiros $L = [1..m, 1..n]$, suas dimensões m e n , e dois inteiros $p1, p2$ que indicam a posição $[p1, p2]$ da porta nesse labirinto.

Essa função deve efetuar a marcação da matriz L , como explicado na Seção 1.

- Uma função com o protótipo

```
int ha_caminho(int L[][MAXCOL], int m, int n, int m1, int m2);
```

que tem como parâmetros uma matriz de inteiros $L[1..m, 1..n]$ já marcada, as dimensões m e n dessa matriz, e dois inteiros $m1$ e $m2$ indicando a posição $[m1, m2]$ do minotauro nessa matriz.

Esta função deve devolver 1 caso haja um caminho que leva o minotauro à porta e deve devolver 0 caso contrário.

- Uma função com o protótipo

```
int imprima_caminho(int L[][MAXCOL], int m, int n, int m1, int m2);
```

que tem os mesmos parâmetros que `ha_caminho()` e que encontra um caminho de comprimento mínimo da porta até a posição $[m1, m2]$, onde está o minotauro (esta função deve ser chamada somente no caso de haver um caminho). Esta função deve devolver o comprimento (número de “casas”) no caminho encontrado e também deve imprimir o caminho encontrado. A saída deve ser como no exemplo (1) (com todas as casas que constituem o caminho, isto é, sem as reticências).

- Uma função com o protótipo

```
void gere_lab(int L[][MAXCOL], int m, int n, double p);
```

que recebe inteiros positivos m e n e um número real p , com $0 \leq p \leq 1$, e que gera um labirinto aleatório com m linhas e n colunas, com cada “casa” do labirinto desbloqueada com probabilidade p , independentemente de todas as outras casas. Este labirinto aleatório gerado deve ser devolvido em L .

- Uma função com protótipo

```
void gere_psms(int L[][MAXCOL], int m, int n,
               int *p1, int *p2, int *m1, int *m2);
```

que recebe um labirinto L com m linhas e n colunas e gera uma posição aleatória $[*p1, *p2]$ para a porta e uma posição aleatória $[*m1, *m2]$ para o minotauro. Note que não deve haver conflito entre as posições geradas e L , isto é, a porta só pode estar em uma posição desbloqueada de L , assim como o minotauro só pode estar em uma posição desbloqueada de L .

2.2 Formas de execução do programa

Seu programa deve ter pelo menos três formas de execução. A forma de execução é regida pelo formato da entrada. O primeiro caractere da entrada define a forma de execução.

2.2.1 Forma basica

Nesta forma, a entrada deve ser, por exemplo, como segue:

```
b
10 20
 0 0 0 -1 -1 0 0 -1 0 0 0 -1 -1 -1 -1 0 -1 -1 0 0
 0 0 0 0 0 -1 0 -1 -1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 -1
-1 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 -1 0 -1 0 0 0 0 -1 0 0
 0 0 0 -1 0 -1 0 -1 0 -1 0 0 0 -1 -1 0 0 0 -1 0
 0 -1 0 0 0 -1 0 0 -1 -1 0 0 -1 -1 -1 0 0 0 -1 -1
-1 0 0 0 0 -1 0 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0
-1 0 0 -1 0 0 -1 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 -1 -1 0 0 0 -1 0 0 -1 -1 0
 0 0 -1 -1 0 0 0 0 0 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 -1 -1 0 -1 0 -1 -1 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0
8 7
1 3
```

O caractere b indica que estamos nesta forma “básica” de execução. A seguir, são dados o número de linhas e o número de colunas do labirinto e o labirinto em si. Depois são dadas as posições da porta e do minotauro.

Com as informações dadas nessa entrada, seu programa deve imprimir o labirinto “marcado” (como discutido na Seção 1), deve imprimir um caminho de comprimento mínimo para o minotauro chegar à porta e, finalmente, deve imprimir uma representação gráfica do labirinto e do caminho encontrado, como na saída abaixo:

Matriz marcada:

```
14 13 12 -1 -1 13 12 -1 16 15 16 -1 -1 -1 -1 0 -1 -1 0 0
13 12 11 10 9 -1 11 -1 -1 14 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 -1
-1 11 10 -1 8 9 10 11 12 13 -1 0 -1 0 0 0 0 -1 0 0
11 10 9 -1 7 -1 11 -1 13 -1 0 0 0 -1 -1 0 0 0 -1 0
12 -1 8 7 6 -1 12 13 -1 -1 0 0 -1 -1 -1 0 0 0 -1 -1
-1 8 7 6 5 -1 13 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0
-1 9 8 -1 4 3 -1 3 4 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
11 10 9 -1 3 2 1 2 3 -1 -1 0 0 0 -1 0 0 -1 -1 0
12 11 -1 -1 4 3 2 3 4 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
13 -1 -1 0 -1 4 -1 -1 5 6 7 -1 0 0 0 0 0 0 0 0
```

Ha caminho.

```
[ 1, 3] [ 2, 3] [ 2, 4] [ 2, 5] [ 3, 5] [ 4, 5] [ 5, 5]
[ 6, 5] [ 7, 5] [ 7, 6] [ 8, 6] [ 8, 7]
```

Comprimento: 12

```

-----
      M X X      X      X X X X  X X
      * * * X    X X  X                X
X     X *                X  X          X
      X * X    X  X          X X      X
      X      * X      X X      X X X    X X
X     * X    X X                X
X     X * * X      X
      X * P      X X          X      X X
      X X                X X
      X X  X  X X          X
-----

```

2.2.2 Labirinto aleatório

Nesta forma, a entrada deve começar, por exemplo, como segue:

```

r
8 15 0.7 31415

```

O caractere `r` indica que estamos nesta forma “aleatória” de execução. A seguir, são dados o número de linhas e o número de colunas do labirinto. Também é dada uma probabilidade p ($p = 0.7$ no exemplo acima) e um inteiro que deve ser usado como a semente do gerador de números aleatórios (use `srandom()` e `random()` em seu programa). Seu programa deve então imprimir um labirinto aleatório com probabilidade de cada casa estar desbloqueada igual a p . Após ver o labirinto gerado, o usuário irá fornecer as posições da porta e do minotauro (o usuário irá escolher posições desbloqueadas do labirinto).

Seu programa deve então imprimir o labirinto “marcado”, deve imprimir um caminho de comprimento mínimo para o minotauro chegar à porta e, finalmente, deve imprimir uma representação gráfica do labirinto e do caminho encontrado. Segue um exemplo:

```

r
8 15 0.7 31415

```

Labirinto gerado:

```

0 -1 0 0 0 0 -1 0 0 0 -1 0 -1 0 -1
-1 0 -1 -1 -1 -1 0 -1 -1 0 -1 0 0 0 0
0 -1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 -1
-1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 -1 0 0
0 -1 0 0 0 0 0 0 0 -1 -1 -1 -1 -1 0
-1 0 0 -1 -1 0 -1 0 0 -1 0 0 -1 0 0
-1 0 0 0 0 0 -1 0 0 -1 0 -1 0 0 0
-1 -1 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1

```

Porta:

```

3 3 /* fornecido pelo usuario */

```

Minotauro:

```
7 15 /* fornecido pelo usuario */
```

Matriz marcada:

```
0 -1 0 0 0 0 -1 14 13 12 -1 14 -1 16 -1
-1 0 -1 -1 -1 -1 8 -1 -1 11 -1 13 14 15 16
0 -1 1 -1 5 6 7 8 9 10 11 12 -1 16 -1
-1 3 2 3 4 5 6 7 8 9 10 -1 -1 17 18
0 -1 3 4 5 6 7 8 9 -1 -1 -1 -1 -1 19
-1 5 4 -1 -1 7 -1 9 10 -1 16 17 -1 19 20
-1 6 5 6 7 8 -1 10 11 -1 15 -1 17 18 19
-1 -1 6 7 -1 9 10 11 12 13 14 15 16 17 -1
```

Ha caminho.

```
[ 7, 15] [ 7, 14] [ 7, 13] [ 8, 13] [ 8, 12] [ 8, 11]
[ 8, 10] [ 8, 9] [ 7, 9] [ 6, 9] [ 5, 9] [ 4, 9]
[ 4, 8] [ 4, 7] [ 4, 6] [ 4, 5] [ 4, 4] [ 4, 3]
[ 3, 3]
```

Comprimento: 19

```
-----
      X          X          X  X  X
X   X X X X   X X   X
      X P X                X  X
X   * * * * * * *   X X
      X                * X X X X X
X      X X   X   * X   X
X          X   * X   X * * M
X X      X          * * * * * X
-----
```

2.2.3 Instâncias integralmente aleatórias

Nesta forma, a entrada deve ser, por exemplo, como segue:

```
R
12 25 0.7 2020
```

O caractere R indica que estamos nesta forma “integralmente aleatória” de execução. A seguir, são dados o número de linhas e o número de colunas do labirinto. Também é dada uma probabilidade p ($p = 0.7$ no exemplo acima) e um inteiro que deve ser usado como a semente do gerador de números aleatórios (use `srandom()` e `random()` em seu programa). Seu programa deve então gerar um labirinto aleatório com probabilidade de cada casa estar desbloqueada igual a p . Seu programa deve também gerar uma posição aleatória para a porta e para o minotauro. Seu programa deve imprimir o labirinto gerado e as posições da porta e minotauro.

Seu programa deve então imprimir o labirinto “marcado”, deve imprimir um caminho de

comprimento mínimo para o minotauro chegar à porta e, finalmente, deve imprimir uma representação gráfica do labirinto e do caminho encontrado. Segue um exemplo:

Labirinto gerado:

```

0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 -1 0 -1 0 0 -1 0 0
0 -1 -1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 -1 0 0 0 -1
-1 -1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 -1 0 -1 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 -1 -1 0 0 0 -1 -1 -1 0 0 0 0 -1 0 0 -1 0 0 -1 0 0
0 -1 0 0 0 -1 -1 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 -1 -1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 -1 0 -1 0 0 0 0
-1 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0
-1 -1 -1 0 0 -1 0 0 -1 0 0 0 -1 -1 0 0 0 0 0 0 -1 0 -1 0 -1
0 0 0 -1 0 -1 -1 0 0 0 -1 0 0 -1 0 -1 0 0 0 -1 -1 -1 0
0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 0 -1 0 -1 -1 -1 -1 0 0 0
0 -1 0 0 -1 -1 0 0 0 0 0 0 -1 -1 0 -1 0 -1 -1 0 0 0 0

```

Porta:

2 24

Minotauro:

7 7

Labirinto marcado:

```

0 0 0 0 -1 32 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 -1 -1 0 -1 5 4 -1 2 3
0 -1 -1 0 -1 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21 22 23 -1 7 -1 3 2 1 -1
-1 -1 33 -1 31 30 29 28 27 26 25 24 23 24 -1 20 21 22 -1 6 5 4 3 2 3
34 33 32 31 30 29 28 27 26 27 -1 -1 22 -1 20 19 20 21 -1 7 6 5 4 3 4
35 34 33 32 -1 -1 27 26 25 -1 -1 -1 21 20 19 18 -1 22 23 -1 7 6 -1 4 5
34 -1 32 31 30 -1 -1 25 24 23 22 21 20 19 -1 17 16 -1 -1 9 8 7 6 5 6
33 32 31 30 29 -1 25 24 23 22 21 20 19 18 17 16 15 -1 -1 10 -1 8 7 6 7
-1 -1 30 29 28 27 26 25 24 23 22 -1 20 -1 16 15 14 13 12 11 10 9 -1 7 8
-1 -1 -1 30 29 -1 27 26 -1 24 23 24 -1 -1 17 16 15 14 13 12 -1 10 -1 8 -1
0 0 0 -1 30 -1 -1 27 26 25 -1 23 22 -1 18 -1 16 -1 14 13 14 -1 -1 -1 0
0 0 0 0 -1 30 29 28 27 26 -1 22 21 20 19 20 -1 0 -1 -1 -1 -1 0 0 0
0 -1 0 0 -1 -1 28 27 26 25 24 23 -1 -1 20 -1 0 -1 -1 0 -1 0 0 0 0

```

Ha caminho.

```

[ 7, 7] [ 7, 8] [ 7, 9] [ 7, 10] [ 7, 11] [ 7, 12] [ 7, 13]
[ 7, 14] [ 7, 15] [ 7, 16] [ 7, 17] [ 8, 17] [ 8, 18] [ 8, 19]
[ 8, 20] [ 8, 21] [ 8, 22] [ 7, 22] [ 7, 23] [ 7, 24] [ 6, 24]
[ 5, 24] [ 4, 24] [ 3, 24] [ 2, 24]

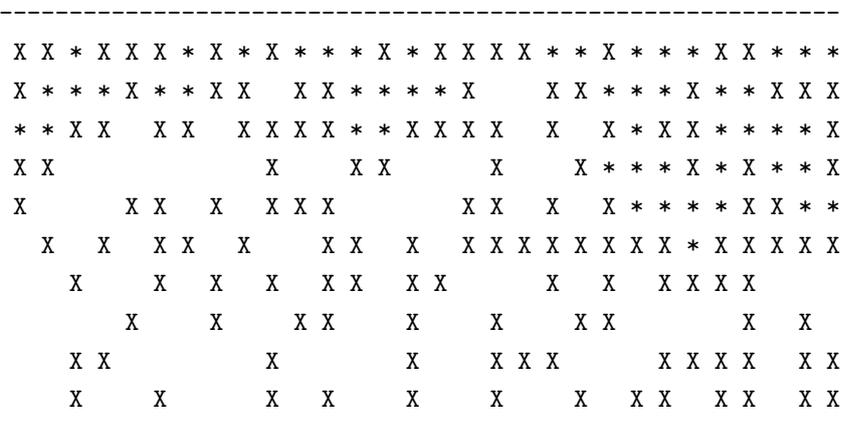
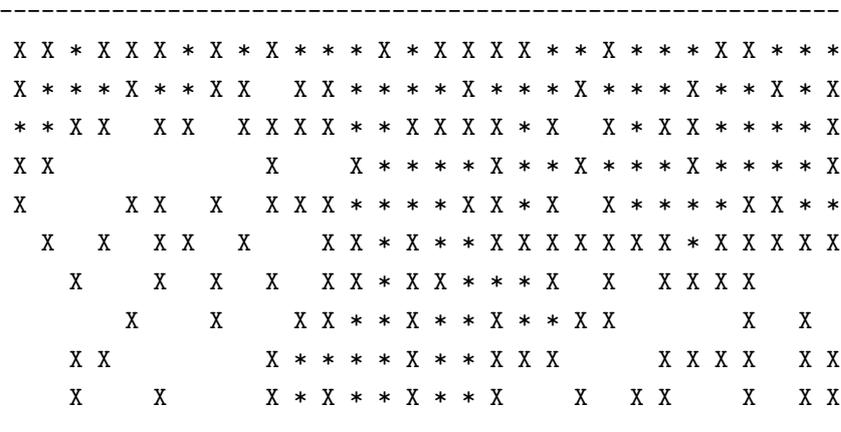
```

Comprimento: 25

3 Percolação

Seu algoritmo para marcar matrizes como discutido na Seção 1 pode ser usado para simular processos de *percolação*. Agora consideramos que nossas matrizes L representam um meio poroso, pelo qual um líquido pode atravessar (“percolar”). Supomos que há um líquido na borda superior de L e que a gravidade faz com que este líquido desça através das casas desbloqueadas de L . Podem ocorrer duas coisas: ou o líquido chega à borda inferior de L ou o líquido fica preso, sem chegar à borda inferior. No primeiro caso, dizemos que o líquido *percolou* e no segundo caso dizemos que a percolação não ocorreu.

Os diagramas a seguir ilustram dois meios porosos. No primeiro caso, ocorreu percolação e no segundo não ocorreu (as casas marcadas com * foram ocupadas pelo líquido).



Para simular este processo de percolação, basta suas matrizes marcadas serem como no exemplo abaixo.

```

-1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 1 -1 1 1 1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1 -1 -1 1 1 1
-1 3 2 3 -1 3 2 -1 -1 0 -1 -1 2 3 2 3 -1 0 0 -1 -1 3 2 2 -1 11 12 -1 -1 -1
5 4 -1 -1 0 -1 -1 0 -1 -1 -1 -1 3 4 -1 -1 -1 -1 0 -1 0 -1 3 -1 -1 10 11 12 13 -1
-1 -1 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 -1 -1 0 0 0 -1 0 0 -1 5 4 5 -1 9 -1 13 14 -1
-1 0 0 0 -1 -1 0 -1 0 -1 -1 -1 0 0 0 0 -1 -1 0 -1 0 -1 5 6 7 8 -1 -1 15 16
0 -1 0 -1 0 -1 -1 0 -1 0 0 -1 -1 0 -1 0 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 8 -1 -1 -1 -1 -1
0 0 -1 0 0 -1 0 -1 0 -1 0 -1 -1 0 -1 -1 0 0 0 -1 0 -1 0 -1 -1 -1 -1 0 0 0
0 0 0 0 -1 0 0 -1 0 0 -1 -1 0 0 -1 0 0 -1 0 0 -1 -1 0 0 0 0 -1 0 -1 0
0 0 -1 -1 0 0 0 0 0 -1 0 0 0 0 -1 0 0 -1 -1 -1 0 0 0 -1 -1 -1 -1 0 -1 -1
0 0 -1 0 0 -1 0 0 0 -1 0 -1 0 0 -1 0 0 -1 0 -1 -1 0 -1 -1 0 -1 -1 0 -1 -1

```

3.1 Dois novos modos de execução

Seu programa pode também ter os seguintes dois modos de execução.

3.1.1 Instâncias de percolação

Nesta forma, a entrada deve ser, por exemplo, como segue:

```

p
10 20 .55 20142014

```

O caractere p indica que queremos simular um processo de percolação. A seguir, são dados o número de linhas e o número de colunas da matriz L , que deve ser gerada aleatoriamente. Em L , cada posição deve estar independentemente desbloqueada com uma probabilidade p , dada pelo usuário (no exemplo acima, $p = 0.55$). Finalmente, o usuário deve fornecer uma semente para o gerador de números aleatórios (20142014 no exemplo acima).

Seu programa deve então imprimir uma representação gráfica do meio poroso, indicando as posições atingidas pelo líquido e uma mensagem dizendo se ocorreu ou não percolação:

```

-----
X * * X * * X X X * * * * * X * * * X X X X * * * X * * *
X X * X * X      X * * * X X X X * X * X X X X X X X X * *
X X X  X  X X    X X X X X  X * * * * * * * X X X X X X
      X  X      X X  X      X X X * * * X * * * X * * * X
                X  X X    X X      X * * * * X * X * * * *
X X X X  X      X X  X      X * * * X * * * * * X * X
      X  X      X  X  X X X X * X X X * * * X X X X X
X  X    X  X X      X X  X X X X X * * X      X X
X      X  X      X X      X X * * * * X  X
X  X    X X X      X  X      X X X X X * X      X
-----

```

Ocorreu percolacao.

Eis outra possível saída:

```

-----
X * * X * * X X X * * * * * X X * * X X X X * * * X X * *
X X * X * X          X * * * X X X X * X * X X X X X X X * *
X X X  X  X X      X X X X X  X * * * * * * * X X X X X X
      X  X          X X  X      X X X * * * X * * X          X
                X X X X X      X X          X * X * * X  X  X
X X X X  X          X X  X X  X * * * X * X          X  X
      X  X          X  X  X X X X X X X X X          X X X X X
X  X      X  X X          X X  X X X X X X X  X          X X
X          X X X          X X          X X          X  X
X  X      X X X          X  X          X X X X X  X          X
-----

```

Nao ocorreu percolacao.

3.1.2 Probabilidade crítica de percolação

Neste caso, a entrada deve ter a forma exemplificada abaixo:

```

P
400 500 .59 20142015 2000

```

O caractere P indica que queremos simular o processo de percolação várias vezes (2000 vezes no exemplo acima). Como no caso do modo p (Seção 3.1.1), são dados o número de linhas e o número de colunas da matriz L (400 e 500 no exemplo acima), que deve ser gerada aleatoriamente, com cada posição independentemente desbloqueada com uma probabilidade p , dada pelo usuário (no exemplo acima, $p = 0.59$). Como antes, o usuário deve fornecer uma semente para o gerador de números aleatórios (20142015 no exemplo acima). Seu programa deve ter como saída a razão entre o número de vezes que ocorreu a percolação e o número total. Essa razão pode ser interpretada como a probabilidade de ocorrer percolação em um meio poroso de “porosidade” p ($p = 0.59$ no exemplo acima). A saída poderia ser como segue:

```

Probabilidade de percolacao em um meio de porosidade 0.59: 0.4155

```

Experimente variar a porosidade p para entender como varia a probabilidade de percolação correspondente. Use seu programa para estimar o que podemos chamar de a “porosidade crítica” p_c .

4 Observações

Este é um enunciado quase completo desse exercício-programa. Inicialmente, concentre sua atenção no modo de execução b (Seção 2.2.1) e no requisito descrito na Seção 2.3. Várias partes desse EP serão opcionais, valendo bônus.